

連立方程式の解法 ガウス・ジョルダン法（ピボット選択法）

ガウス・ジョルダン (Gauss-Jordan) 法（ピボット選択法）について説明する。

ガウス・ジョルダン法では、ピボットの値が 0 に近い小さな値になったとき、その値で各係数を除算すると誤差が大きくなってしまう。

そこで、ピボットのある列の中で絶対値が最大な値をピボットに選ぶことで誤差を小さくすることができる。この方法を、ガウス・ジョルダン（ピボット選択法）と呼ぶ。

$$\begin{array}{cccccc}
 \mathbf{a}_{11} & \mathbf{a}_{12} & \mathbf{a}_{13} & \dots & \mathbf{a}_{1n} & \mathbf{b}_1 & \leftarrow \\
 a_{21} & a_{22} & a_{23} & \dots & a_{2n} & b_2 & \\
 \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \\
 \mathbf{a}_{s1} & \mathbf{a}_{s2} & \mathbf{a}_{s3} & \dots & \mathbf{a}_{sn} & \mathbf{b}_s & \leftarrow \\
 \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots & \\
 a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} & \dots & a_{nn} & b_n & \\
 \uparrow & & & & & &
 \end{array}$$

$a_{11} \sim a_{n1}$ の中で絶対値が最大になる係数がある行 (s 行) を見つけて、1 行と交換する。

$$\begin{array}{cccccc}
 \mathbf{a}_{s1} & \mathbf{a}_{s2} & \mathbf{a}_{s3} & \dots & \mathbf{a}_{sn} & \mathbf{b}_s \\
 a_{21} & a_{22} & a_{23} & \dots & a_{2n} & b_2 \\
 \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\
 \mathbf{a}_{11} & \mathbf{a}_{12} & \mathbf{a}_{13} & \dots & \mathbf{a}_{1n} & \mathbf{b}_1 \\
 \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\
 a_{n1} & a_{n2} & a_{n3} & \dots & a_{nn} & b_n
 \end{array}$$

a_{s1} をピボットにして掃き出す。(ガウス・ジョルダン法と同じ)

$$\begin{array}{cccccc}
 1 & a'_{s2} & a'_{s3} & \dots & a'_{sn} & b'_s \\
 0 & a'_{22} & a'_{23} & \dots & a'_{2n} & b'_2 \\
 \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\
 0 & a'_{12} & a'_{13} & \dots & a'_{1n} & b'_1 \\
 \vdots & \vdots & \vdots & & \vdots & \vdots \\
 0 & a'_{n2} & a'_{n3} & \dots & a'_{nn} & b'_n
 \end{array}$$

以降、ピボットを移しながら同様の処理を行う。