

1 歳差の変換行列 (Fukushima の方法)

歳差の変換行列 P は以下のように書ける。

$$\begin{aligned} P(\varepsilon_A, \bar{\psi}, \bar{\phi}, \bar{\gamma}) &= R_1(-\varepsilon_A)R_3(-\bar{\psi})R_1(\bar{\phi})R_3(\bar{\gamma}) \\ &= \begin{pmatrix} P_{11} & P_{12} & P_{13} \\ P_{21} & P_{22} & P_{23} \\ P_{31} & P_{32} & P_{33} \end{pmatrix} \end{aligned}$$

但し、 R_1, R_3 は x 軸、 z 軸を軸とした回転で、以下のように表される。

$$R_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta & \sin \theta \\ 0 & -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}, \quad R_3 = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 0 \\ -\sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

よって、

$$\begin{aligned} P_{11} &= \cos \bar{\psi} \cos \bar{\gamma} + \sin \bar{\psi} \cos \bar{\phi} \sin \bar{\gamma} \\ P_{12} &= \cos \bar{\psi} \sin \bar{\gamma} - \sin \bar{\psi} \cos \bar{\phi} \cos \bar{\gamma} \\ P_{13} &= -\sin \bar{\psi} \sin \bar{\phi} \\ P_{21} &= \cos \varepsilon_A \sin \bar{\psi} \sin \bar{\gamma} - (\cos \varepsilon_A \cos \bar{\psi} \cos \bar{\phi} + \sin \varepsilon_A \sin \bar{\phi}) \sin \bar{\gamma} \\ P_{22} &= \cos \varepsilon_A \sin \bar{\psi} \sin \bar{\gamma} + (\cos \varepsilon_A \cos \bar{\psi} \cos \bar{\phi} + \sin \varepsilon_A \sin \bar{\phi}) \cos \bar{\gamma} \\ P_{23} &= \cos \varepsilon_A \cos \bar{\psi} \sin \bar{\phi} - \sin \varepsilon_A \cos \bar{\phi} \\ P_{31} &= \sin \varepsilon_A \sin \bar{\psi} \cos \bar{\gamma} - (\sin \varepsilon_A \cos \bar{\psi} \cos \bar{\phi} - \cos \varepsilon_A \sin \bar{\phi}) \sin \bar{\gamma} \\ P_{32} &= \sin \varepsilon_A \sin \bar{\psi} \sin \bar{\gamma} + (\sin \varepsilon_A \cos \bar{\psi} \cos \bar{\phi} - \cos \varepsilon_A \sin \bar{\phi}) \cos \bar{\gamma} \\ P_{33} &= \sin \varepsilon_A \cos \bar{\psi} \sin \bar{\phi} + \cos \varepsilon_A \cos \bar{\phi} \end{aligned}$$

また、ユリウス世紀数を $T = \frac{JD - 2451545}{36525}$ とすると、GCRS から変換する場合の $\bar{\gamma}, \bar{\phi}, \bar{\psi}$ は以下のとおり。(単位: ")

$$\begin{aligned} \bar{\gamma} &= -0.052928 + 10.556378T + 0.4932044T^2 \\ &\quad - 0.00031238T^3 - 0.000002788T^4 + 0.0000000260T^5 \\ \bar{\phi} &= 84381.412819 - 46.811016T + 0.0511268T^2 \\ &\quad + 0.00053289T^3 - 0.000000440T^4 - 0.0000000176T^5 \\ \bar{\psi} &= -0.041775 + 5038.481484T + 1.5584175T^2 \\ &\quad - 0.00018522T^3 - 0.000026452T^4 - 0.0000000148T^5 \end{aligned}$$

J2000.0 から変換する場合の $\bar{\gamma}, \bar{\phi}, \bar{\psi}$ は以下のとおり。(単位: ")

$$\begin{aligned} \bar{\gamma} &= 10.556403T + 0.4932044T^2 - 0.00031238T^3 \\ &\quad - 0.000002788T^4 + 0.0000000260T^5 \\ \bar{\phi} &= 84381.406000 - 46.811015T + 0.0511269T^2 \\ &\quad + 0.00053289T^3 - 0.000000440T^4 - 0.0000000176T^5 \\ \bar{\psi} &= 5038.481507T + 1.5584176T^2 - 0.00018522T^3 \\ &\quad - 0.000026452T^4 - 0.0000000148T^5 \end{aligned}$$

そして、 ε_A はいずれも以下のとおり。(単位: ")

$$\begin{aligned} \varepsilon_A &= 84381.406000 - 46.836769T - 0.0001831T^2 \\ &\quad + 0.00200340T^3 - 5.76 \times 10^{-7}T^4 - 4.34 \times 10^{-8}T^5 \end{aligned}$$

2 章動の変換行列 (MHB2000(IAU2000A) の修正版)

歳差と同様に、章動の変換行列 N は以下のように書ける。

$$\begin{aligned} N(\varepsilon_A, \Delta\varepsilon, \Delta\psi) &= R_1(-\varepsilon_A - \Delta\varepsilon)R_3(-\Delta\psi)R_1(\varepsilon_A) \\ &= \begin{pmatrix} N_{11} & N_{12} & N_{13} \\ N_{21} & N_{22} & N_{23} \\ N_{31} & N_{32} & N_{33} \end{pmatrix} \end{aligned}$$

R_1, R_3 は、

$$R_1 = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & \cos \theta & \sin \theta \\ 0 & -\sin \theta & \cos \theta \end{pmatrix}, \quad R_3 = \begin{pmatrix} \cos \theta & \sin \theta & 0 \\ -\sin \theta & \cos \theta & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

であるので、

$$\begin{aligned} N_{11} &= \cos(\Delta\psi) \\ N_{12} &= -\sin(\Delta\psi) \cos(\varepsilon_A) \\ N_{13} &= -\sin(\Delta\psi) \sin(\varepsilon_A) \\ N_{21} &= \cos(\varepsilon_A + \Delta\varepsilon) \sin(\Delta\psi) \\ N_{22} &= \cos(\varepsilon_A + \Delta\varepsilon) \cos(\Delta\psi) \cos(\varepsilon_A) + \sin(\varepsilon_A + \Delta\varepsilon) \sin(\varepsilon_A) \\ N_{23} &= \cos(\varepsilon_A + \Delta\varepsilon) * \cos(\Delta\psi) \sin(\varepsilon_A) - \sin(\varepsilon_A + \Delta\varepsilon) \cos(\varepsilon_A) \\ N_{31} &= \sin(\varepsilon_A + \Delta\varepsilon) \sin(\Delta\psi) \\ N_{32} &= \sin(\varepsilon_A + \Delta\varepsilon) \cos(\Delta\psi) \cos(\varepsilon_A) - \cos(\varepsilon_A + \Delta\varepsilon) \sin(\varepsilon_A) \\ N_{33} &= -\sin(\varepsilon_A + \Delta\varepsilon) \cos(\Delta\psi) \sin(\varepsilon_A) + \cos(\varepsilon_A + \Delta\varepsilon) \cos(\varepsilon_A) \end{aligned}$$

上記の $\Delta\varepsilon, \Delta\psi$ は MHB2000 章動理論によるものである (ここでは割愛) が、若干修正する。

$$\begin{aligned} \Delta\psi &= \Delta\psi_{MHB} + (0.4697 \times 10^{-6} + f)\Delta\psi_{MHB} \\ \Delta\varepsilon &= \Delta\varepsilon_{MHB} + f\Delta\varepsilon_{MHB} \\ &\quad (\text{但し、} f = -2.7774 \times 10^{-6}T) \end{aligned}$$

3 歳差・章動の一括変換

歳差と章動を以下のように一括で変換することもできる。

$$NP(\varepsilon_A, \Delta\varepsilon, \bar{\psi}, \Delta\psi, \bar{\phi}, \bar{\gamma}) = R_1(-\varepsilon_A - \Delta\varepsilon)R_3(-\bar{\psi} - \Delta\psi)R_1(\bar{\phi})R_3(\bar{\gamma})$$