

ラグランジュ補間

任意の n 個の点 $(x_i, y_i) (i = 0, 1, \dots, n-1)$ が与えられたとき、与えられた全ての点を通る関数 $f(x)$ は次のように表される。

$$\begin{aligned} f(x) &= \frac{(x-x_1)(x-x_2)\cdots(x-x_{n-1})}{(x_0-x_1)(x_0-x_2)\cdots(x_0-x_{n-1})}y_0 \\ &+ \frac{(x-x_0)(x-x_2)\cdots(x-x_{n-1})}{(x_1-x_0)(x_1-x_2)\cdots(x_1-x_{n-1})}y_1 \\ &+ \cdots \\ &+ \frac{(x-x_0)(x-x_1)\cdots(x-x_{n-2})}{(x_{n-1}-x_0)(x_{n-1}-x_1)\cdots(x_{n-1}-x_{n-2})}y_{n-1} \\ &= \sum_{i=0}^{n-1} \left(\prod_{j=0, j \neq i}^{n-1} \frac{x-x_j}{x_i-x_j} \right) y_i \end{aligned}$$

これをラグランジュの補間多項式といい、 $n-1$ 次の多項式となる。